PARA SER TRABAJADO DEL 04 al 17 DE OCTUBRE 2011

RAZONAMIENTO Y DEMOSATRACIÓN

- Demuestra identidades trigonométricas

COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

- Discrimina identidades pitagóricas por cociente y reciprocas.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

Para que una igualdad trigonométrica quede demostrada se debe llegar a:

- **una identidad, es decir, a algo igual a sí mismo; o bien**
- **a cualquiera de las fórmulas trigonométricas.**

1. **Relación seno coseno**

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

2. **Relación secante tangente**

$$\sec^2 \alpha = 1 + \mathrm{tg}^2 \alpha$$

3. **Relación cosecante cotangente**

$$\mathrm{cosec}^2 \alpha = 1 + \mathrm{cotg}^2 \alpha$$

4. **Identidades inversas**

$$\mathrm{cosec}\ \alpha = \frac{1}{\mathrm{sen}\ \alpha}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\cot g\ \alpha = \frac{1}{tg\ \alpha} = \frac{\cos\ \alpha}{sen\ \alpha}$$

5. Identidades pitagóricas

Tang x = senx / cosx

Cotg x = cosx / senx

POR SIMILITUD CON ALGUNA FÓRMULA:

PROCEDIMIENTO: Se compara la igualdad que debe demostrarse con la fórmula a la que se "parece". Entonces el término que es diferente de la fórmula es el que se transforma hasta convertirlo en el correspondiente de la fórmula.

Ejemplo 1: **Demostrar que** $sen^2 x + cos^2 x = \tan x \cot x$

Demostración: **La igualdad propuesta se "parece" a la fórmula (1). De manera que, por comparación, se debe transformar el lado derecho para convertirlo en 1.**
El siguiente esquema muestra la forma de hacer la comparación:

Comparación:

Ejemplo 2: Demostrar que $tan^2 x + sen^2 x + cos^2 x = sec^2 x$

Demostración: **La igualdad propuesta se "parece" a la fórmula (1). De manera que, por comparación, se debe transformar** $sen^2 x + cos^2 x$ **en 1.**
El siguiente esquema muestra la forma de hacer la comparación:

Ejemplo 3 : **Comprobar que: $sec^2 \alpha = 1 + tg^2 \alpha$**

Ejemplo 4: Demostrar que $(sen\ x + cos\ x)^2 = 1 + 2sen\ x\ /\ sec\ x$

IMPORTANTE: EJERCICIOS RESUELTOS, QUE TE PUEDEN APOYAR.

Comprobar las identidades trigonométricas:

1 $tg\ \alpha + \cot g\ \alpha = \sec\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha$

$$tg\ \alpha + \cot g\ \alpha = \frac{sen\ \alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{sen\ \alpha} = \frac{sen^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos\alpha \cdot sen\ \alpha} =$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha \cdot sen\ \alpha} = \sec\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha$$

2 $\cot g^2\ a = \cos^2 a + (\cot g\ a \cdot \cos a)^2$

$$\cos^2 a + (\cot g\ a \cdot \cos a)^2 = \cos^2 a + \cot g^2\ a \cdot \cos^2 a =$$

$$\cos^2 a(1 + \cot g^2\ a) = \cos^2 a \cdot \operatorname{cosec}^2 a = \frac{\cos^2 a}{sen^2\ a} = \cot g^2\ a$$

3 $\frac{1}{\sec^2 a} = sen^2 a \cdot \cos^2 a + \cos^4 a$

$$sen^2 a \cdot \cos^2 a + \cos^4 a = \cos^2 a(sen^2 a + \cos^2 a) = \cos^2 a = \frac{1}{\sec^2 a}$$

4 $\text{cotg}\, a \cdot \sec a = \text{cosec}\, a$

$$\text{cotg}\, a \cdot \sec a = \frac{\cos a}{\text{sen}\, a} \cdot \frac{1}{\cos a} = \frac{1}{\text{sen}\, a} = \text{cosec}\, a$$

5 $\sec^2 a + \text{cosec}^2 a = \dfrac{1}{\text{sen}^2 a \cdot \cos^2 a}$

$$\sec^2 a + \text{cosec}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} + \frac{1}{\text{sen}^2 a} = \frac{\text{sen}^2 a + \cos^2 a}{\text{sen}^2 a \cdot \cos^2 a} = \frac{1}{\text{sen}^2 a \cdot \cos^2 a}$$

AHORA TÚ:

DEMOSTRAR:

a) $sen\, x\, sec\, x = tan\, x$

β) $cot^2 x + 1 = sen^2 x$

χ) $sen^2 x + cos^2 x = sen\, x\, csc\, x$

d) $tan^2 x + sen\, x\, csc\, x = sec^2 x$

ε) $tan^2 x \cos x + cos^2 x = 1$

f) $cos\, x\, csc\, x = cot\, x$

g) cosec² α = 1 + cotg² α

η) **cos θ · sec θ = 1**

i) csc θ · tan θ = sec θ

j) cos θ · csc θ = cot θ

APLICO LO QUE APRENDÍ

DEMOSTRAR LAS SIGUIENTES IGUALDADES:

1. $2(1-\cos^2\alpha)+\cos^2\alpha=1+sen^2\alpha$

2. $(1+sen\,\alpha)(1-sen\,\alpha)=\cos^2\alpha$

3. $\dfrac{\cos\alpha}{\cot\alpha}=sen\,\alpha$

4. $\cos ec\,\alpha=\cot\alpha\cdot\sec\alpha$

5. $\dfrac{tg\alpha}{sen\alpha}-\sec\alpha=0$

6. $tg\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\cos ec\,\alpha=1$

7. $\dfrac{sen\,\alpha}{\cos ec\,\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\sec\alpha}=1$

8. $\sec\alpha-sen^2\alpha\cdot\sec\alpha=\cos\alpha$

9. $5sen\,\alpha\cdot\cos\alpha=5(1-\cos^2\alpha)\cdot\cot\alpha$

10. $\dfrac{\sec\alpha}{tg\alpha+\cot\alpha}=sen\,\alpha$

11. $sen^4\alpha\cdot\cos ec^2\alpha=1-\cos^2\alpha$

12. $\dfrac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=\cos^2\alpha-sen^2\alpha$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES

- $Sen^4 x + cos^4 x = 1 - 2 sen^2 x . cos^2 x$
- $Sen^6 x + cos^6 x = 1 - 3 sen^2 x . cos^2 x$
- Tan x + cot x= sec x . csc x
- $Sec^2 x + csc^2 x = sec^2 x. csc^2 x$
- $(tanx + cotx)^2 - (tanx - cotx)^2 = 4$
- $Sec^2 x + csc^2 x = sec^2 x . csc^2 x$
- $(Sen^2 x + cosx)^2 + (senx - cos x)^2 = 2$

APLICACIONES: UTILIZA LO APRENDIDO HASTA EL MOMENTO DE IDENTIDAES TRIGONOMÉTRICAS.

01. Efectuar. $\frac{1+\cos x}{\text{sen}^2 x} \div \left\{1+\left(\frac{1+\cos x}{\text{sen}x}\right)^2\right\}$

02. Reducir: $\frac{\cot x}{\sec x+\tan x} - \frac{\cot x}{\sec x-\tan x}$

03. Simplificar: $$\sqrt{\frac{1+\text{sen}^2x}{\cos x}}\left\{\sqrt{\frac{\cos^3 x}{1+\text{sen}^2x}}+\sqrt{\frac{1+\text{sen}^2x}{\cos x}}\right\}$$

04. Simplificar: $$\frac{\text{Cos}^4x-\text{sen}^4x}{1-\tan^4 x}$$

05. Reducir, sabiendo que x $\in$ <π ; $3\pi/2$>

$$\left(\sqrt{\frac{1+\text{senx}}{1-\text{senx}}}-\sqrt{\frac{1-\text{senx}}{1+\text{senx}}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}-\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos}}\right)$$

AHORA TÚ:

01. Simplificar: $$P=\frac{Tan^2a+cot^2a+2}{Sec^2a.Csc^2a}$$

a) 1 b) 2 c) sen a d) cos a

e) $sen^2a\ cos^2a$

02. Reducir la expresión:

$$N=\frac{Cot\theta-Sec\theta Csc\theta(1-2sen^2\theta))}{Tan\theta}$$

a) 0 b) 1 c) cot θ d) Tan θ e) Sec θ

03. Reducir el valor de la siguiente expresión

$$N=\frac{Cos^3\theta\left(Sec^2\theta-Tan^2\theta\right)+Sen^2\theta\left(Csc^2\theta-cot^2\theta\right)}{(Sen\theta+Cos\theta)^2+(Sen\theta-Cos\theta)^2}$$

a) 1 b) 2 c) 1/2 d) 0 e) 4

04. Simplificar: $$B=\frac{Sec^4\theta Csc^4\theta-Sec^4\theta-Csc^4\theta}{Csc^2\theta.Sec^2\theta}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) Senθ Cos θ e) $Sen^2\theta\ cos^2\theta$

05. Reducir la expresión:

$$F=\frac{Sen^2\alpha\left(1+cot^2\alpha\right)+Cos^2\alpha\left(1+Tan^2\alpha\right)}{Cos^2\alpha\left(Sec^2\alpha-Tan^2\alpha\right)+Sen^2\alpha\left(Csc^2\alpha-Cot^2\alpha\right)}$$

a) 1 b) 2 c) 1/2 d) 1/4 e) 0

6. Hallar el valor de "k" para que la igualdad sea una identidad. $$\frac{(Sec\theta-Tan\theta)^2-1}{(Sec\theta+Tan\theta)^2}=\frac{1-k}{1+k}$$

a) sen θ b) cosθ c) tan θ

d) sec θ e) csc θ

7. Simplificar la expresión:

$V = Sen^6\alpha + Cos^6\alpha - 2\ Sen^4\alpha - Cos^4\alpha + Sen^2\alpha$

a) 0 b) 1 d) 2 d) 3 e) –1

8. Efectuar:

$$P = \frac{1}{Tan\alpha - Sec\alpha} + \frac{1}{Tan\alpha + Sec\alpha}$$

9. Reducir la expresión:

$$A = \frac{1 - csc^3 x cos^2 x}{senx - cos x} - csc^2 x cosx$$

10. Encontrar una expresión igual a:

$$M = \frac{sena - csc a}{cos a - sec a}$$

11. La expresión: $\frac{1 - sec^2 \alpha}{1 - csc^2 \alpha}$ es idéntica a:

a) $Ctg^2 \alpha$ b) $tg^2 \alpha$ c) $tg^3 \alpha$

d) $Tg^4 \alpha$ e) $ctg^3 \alpha$

12. Al simplificar la expresión:

$E = \frac{Sen^2 x(ctgx - csc x)}{Ctgx + csc x} + 1$; se obtiene:

a) cosx + cos^2 x b) 2cosx – cos^2 x

c) 2 – sen^2 x d) 2

e) 2 cosx + sen^2 x